

國小學習障礙學生九九乘法表及正整數乘法解題之教學

胡永崇

國立屏東教育大學特殊教育學系教授

摘 要

本文敘述學習障礙學生之九九乘法背誦及乘法解題教學，作者提出這二項教學的許多實務性建議，可供國小資源班教師或擔任補救教學之教師參考應用。

關鍵詞：學習障礙、九九乘法、解題

壹、前言

數學是國小資源班補救教學的主要內容之一。不過，許多學障學生卻因各種學習條件的限制，造成數學學習之困難(胡永崇，2003a)。因此，數學障礙(mathematics disability)也是出現率頗高的學習障礙類別。Mercer 及 Pullen(2009)即指出，數學障礙出現率在 3%到 8%之間。事實上，數學也是解決日常生活問題的重要社會適應技能，我們幾乎每天皆會應用相關的數學知能，去處理解決生活的數學問題，例如購物消費、數量計算、時間日期等等。

學童的整數概念依加、減、乘、除之發展順序，因此，國小課程在一年級只教加法與減法，二年級加入乘法，三年級再加入除法。由於加法與減法屬於單位量(unit quantity)皆為 1(每 1 單位 1 個)之數量的合成、分解或比較，但乘法則涉及單位量之改變及單位量與單位數(unit number)關係之確認。例如「每包 2 個，3 包多少個？」其中每包 2 個，其單位量為 2，但解題目標之 3 包多少個，則單位量變為 1，2 包即單位數為 2。因此，對多數學生而言，乘法概念之難度皆高於加法與減法。

乘法可視為連加法之應用，學童初學乘法問題常以加法為解題方法，但數字較大時，則需藉由九九乘法表之應用以快速求出乘積，因此，本文擬說明學障學生九九乘法表及乘法之解題教學，以供國小資源班實施補救教學之參考。

貳、九九乘法表之教學

熟背九九乘法雖非乘法解題教學之必要條件，但卻有助乘法之筆算或心算，因此，熟背九九表也是乘法教學的重要內容之一。以下說明九九乘法表背誦之指導原則。

一、九九乘法表與乘法概念可同時進行教學

九九乘法表各數列代表乘法之意義，為讓學生瞭解九九乘法表各數列之關係，及增進學生背誦之意願與效果，教師可以在要求學生背誦前，先行以具體物或圖示舉例說明各數列之意義。例如教師舉例說明「 $2 \times 3 = 6$ 」即為「每個人有 2 個眼睛，三個人有多少個眼睛，亦即把每個人的 2 個眼睛加起來，加 3 次」。不過，背九九乘法表卻不必以學生能完全瞭解各數列之意義為前提，換言之，即使學生仍

難以精熟乘法之意義，仍可要求學生背誦。

二、先由 2 與 5 背起，再依數字大小及符合生活經驗程度選擇背誦順序

九九乘法表不必依 2 至 9 之數列順序背誦，一般而言，2 與 5 因為可以配合學生「幾個一數」，因此，背誦難度較低，可列為優先背誦之目標，避免學生一開始即遭遇挫折。其後，教師可依符合生活經驗程度，決定背誦之優先順序，例如「4」有「許多動物 4 隻腳」、「各種桌子、椅子皆有 4 隻腳」等為基礎，可列為下一優先順序，「3」則以數字較小且有「三輪車有 3 個輪子」為基礎可列為下一背誦順序，其次則可依序為「6」（各種昆蟲有 6 隻腳）、「7」（一星期有 7 天）、「8」（可舉螃蟹有 8 隻腳）、「9」（可舉 9 顆糖裝 1 包為例）。一般而言，被乘數較小、被乘數（單位量）愈與生活經驗一致，則愈能引起學生興趣，且背誦效果較佳。

三、採用同一固定之九九乘法表

為便於學生之心像回憶，背誦之九九乘法表最好固定為同一物件，例如若以某一個學生寫字之墊板所附的九九乘法表為背誦依據，則最好每次

皆使用此一墊板為背誦依據，如此學生較易作心像式回憶。此外，九九乘法表之物件最好仍為傳統之九九乘法表型式，而非分別以 1 至 9 為縱座標與橫座標之矩陣式九九乘法表。

四、遮斷非目前背誦之欄位及遮住乘積

為使學生能夠集中注意力於目前正在背誦之數列，教師可以遮斷其他數列。此外，為協助學生以心像回憶各數列之乘積，教師可以呈現九九乘法表數列並遮住乘積，再要求學生背出剛才其所背之數列乘積。

五、以鼓勵增強方式要求學生背誦，兼採遊戲作業提高背誦動機

多數學障學生背誦九九乘法表皆可能遭遇困難，因此，教師應採用鼓勵增強方式，而非懲罰恐嚇方式，否則學生極易排斥背誦。教師若能體會學生具有記憶之困難，則較易抱持包容、肯定之態度。

此外，為避免學生長期背誦之厭倦，教師可配合採取遊戲作業，例如以一疊九九乘法數列紙牌，讓二位學生分別翻閱，翻開時先行正確說出乘積者即得 1 分，最後統計二人得分，分別給予獎勵。

六、增加背誦練習機會，減少背誦測驗或考試

學生能否順利背誦九九乘法表與其投注之背誦心力有關，與教師之抽驗次數無關。若學生一到校即被要求背誦，則可能因壓力而視上學為畏途。反之，教師在每次抽驗學生背誦情形前，若能再給學生練習機會，待學生背誦情形許可再抽驗，則學生遭遇挫折之可能即降低，但受增強的機會則增加。

七、盡量在教師引導情況下練習，而非規定為回家作業

一般而言，學障學生在缺乏教師直接引導的情況下，皆不易作有效之練習，因此，除非教師確定家長能配合，否則將背誦九九乘法表作為回家作業，學障學生往往難以完成。教師若利用在校時間在直接監督引導下要求學生背誦，則其效果將大於讓學生自行在家練習。

八、分段練習

學障學生具有記憶及動機之問題，且背誦作較為單調，如果一次要求學生背誦過多則效果將受限，因此，教師可以採取分段背誦方式，每次背誦時間不要太長，以免學生厭

倦。例如一次只背 6×1 至 6×5 即可， 6×6 至 6×9 則留待下次再背。二段皆熟背後再作整合。

九、持續性追蹤學生之背誦情形

如果教師放棄或忽略不作追蹤，則學生極易放棄背誦，但只要教師堅持且隨時追蹤，則除非學生確實具有明顯之記憶障礙，否則多數學生最終皆可順利完成背誦任務。

十、以數據本位之教學記錄，讓學生看見自己的進步

為使教師及學生更瞭解背誦進步情形，教師可以採取數據本位 (data-based) 方式，逐次或逐日記錄學生的背誦表現，並畫成累加進步座標曲線圖，使學生之進步情形圖示化。例如以學生能夠順利背誦之數列作為記錄依據，逐日記錄學生進步情形，如果學生第一日能背 2×1 至 2×4 ，第二日能背誦 2×1 至 2×9 ，第三日能背誦 2×1 至 2×9 ，及 3×1 至 3×5 ，則座標圖即可記錄該生三日之累加背誦表現分別為 4、9、14。教師亦可設定學生達成某一預定之階段性目標即予增強一次，使學生保持背誦之動機。

十一、最終需達背誦之自動化

九九乘法表不但要能正確背誦，且需達自動化之程度方能充分發揮其在乘法計算應用時之功能。教學目標即為先求正確，再求熟練，再到自動化。反復練習則為達成自動化目標的主要方式。教師首先需要學生能正確背誦，但一旦學生能正確背誦，則教學目標需改為背誦速度，因此，前述數據本位之記錄即可改為以背誦時間作為記錄依據，例如第一日正確背誦 2×1 至 2×9 費時 10 秒，第二日正確背誦此一數列費時 7 秒，即顯示學生背誦熟練度有進步。

十二、對確實難以背誦者之教學因應

有些具有記憶障礙者可能難以完成九九乘法表之背誦，對於這些學生教師在進行乘法解題教學時，則可提供九九乘法表讓學生參閱，或同意其使用電子計算機。事實上，乘法的解題教學並不需以學生能完成熟背九九乘法表為前提，只要提供適當之計算輔具，學生仍能完成乘法解題之作業。

參、正整數乘法解題的教學

乘法的教學可以配合九九乘法表的背誦進行教學，亦即學生能背某一數列，即可進行該數列之乘法解題教

學。以下說明正整數乘法解題教學原則。

一、以數量概念、加法概念、位值概念為基礎

乘法教學需以數量概念、加法概念、位值概念為基礎，因此，教師進行乘法教學前需進行此一基礎能力之復習，以利乘法之教學。

二、以連加法作為乘法教學之基礎

連加法雖然不適用於乘數為分數或小數之條件，但就正整數而言，乘法即連加法之簡捷法，因此，教師在教學過程中，可先舉出可應用連加法之生活實例，且先使用連加法，再帶入乘法。例如「每雙筷子有 2 支，3 雙筷子有幾支」，可以作以下計算： $2+2+2=6$ 。學生能順利以連加法解題後，即可帶入 $2+2+2=6$ 即為 $2 \times 3=6$ 之乘法應用。教師亦可讓學生體會，當乘數的數字較大時，使用連加法不但麻煩且易計算錯誤，此時乘法即為較簡捷之解題方式。

三、優先以具體物操作建立學生乘法概念，再逐漸改為半具體之圖示

教師進行乘法教學時，不可求快

或要求關鍵字解題或套公式，否則學生不易理解乘法的概念。教學時務必先使用符合學生生活的實例，實際拿出具體物再配合情境，反復操作給學生看，讓學生理解乘法概念。教師所舉解題實例及所使用之具體物，愈符合學生之生活經驗，則教學效果愈佳。如果學生能夠理解具體物操作時之乘法概念，則可逐漸改為圖示方式，以半具體的方式導引學生理解乘法概念。

四、列式計算時要求學生寫出或說出單位名稱

學生應用乘法常易混淆單位、單位量與單位數，例如「一匹馬 4 隻腳，3 匹馬幾隻腳」之題目，「匹、隻、馬、腳」等單位常使學生混淆，為協助及確定學生理解題意，教師可要求學生列式計算時，寫出單位、單位量、單位數。本題學生若能寫出「4 隻腳 \times 3 匹馬 = 12 隻腳」，則可確定已能理解題意。如果學生具有書寫困難，則可要求學生說明列式之各數字所代表的意義。

五、優先以沒有文字的具體生活情境作解題教學

學障學生解題教學的目的在於解

決日常生活之數學問題，而非解決「文字題」，日常生活之數學解題情境皆無文字(胡永崇，2003a)，因此，教師務必區分生活情境之解題應用與文字題之解題教學二者的區別。絕大多數學障學生皆具有文字識讀及理解之困難，因此，採用文字題為教學素材，則學生即難以理解題意。

從事學障學生之乘法情境的解題教學，教師首先完全移除文字，僅呈現具體物，再配合符合學生生活情境之實例，說明題意及操作具體物，讓學生理解題意。如果具體物操作後學生能理解題意，則可加入廣告單等生活物件，作為解題教學佈題之依據。

六、以「幾有幾個」、「幾連加幾次」取代「幾個幾」及「倍數」概念

「一匹馬 4 隻腳，3 匹馬幾隻腳」此一情境之解題列式為 4×3 。此一系列式若將之說成「3 個 4」則因與列式數字順序不符，學生易於混淆，如果將之說成「4 有 3 個」、「4 連加 3 次」，則數字順序即與列式符合，學生較易理解。

此外，若將 4×3 說成「4 的 3 倍」，則固然數字順序與數列符合，但「倍數」之概念較抽象，且較不符合學生之生活經驗。日常生活中多數兒童皆

不常使用「倍」之用詞，況且就前述具體物之解題情境而言，我們不易說成「4 隻腳的 3 倍」。又若「甲有 5 元，乙是甲的 2 倍，乙有多少元」之解題情境，既已知乙為甲之 2 倍，顯見乙的錢數已知，何需再求乙的錢數。

七、以小數目字建立乘法概念

被乘數及乘數若數字較小，則較有利於學生瞭解乘法概念，數字較大時學生較易受限於大數字而降低解題自我效能，因此，教師教學初期最好使用較小數字讓學生體會乘法之意義，待學生乘法概念較為穩固後，再逐漸加大數字。

八、被乘數為 2、5、10 可優先進行教學

被乘數為 2、5、10 者，可以配合 2 個一數、5 個一數、10 個一數，較有利於連加概念之應用及快速完成計算結果，因此，乘法教學時可列為優先之教學內容。

九、分離量先教，再教連續量

分離量即可以點數之數量，例如糖果、水果等皆可一個一個點數，連續量即難以一個一個點數之數量，例如時間、容量、重量等。分離量由於

可以讓學生進行點數，因此，較易建立乘法之概念，可作為優先之教學素材。

十、只作「乘積」未知題型之教學，不教被乘數或乘數未知之題型

乘積未知之題型才是乘法性質之題目，被乘數未知或乘數未知之題型，皆屬於概念層次更高之除法。例如「一匹馬有 4 隻腳，12 隻腳有幾匹馬」，其列式為 $4 \times (\quad) = 12$ ，或「馬有 3 匹，腳共有 12 隻，一匹馬有幾隻腳」，其列式為 $(\quad) \times 3 = 12$ 。這二種題型，事實上皆需應用除法才能完成解題。

十一、教學初期被乘數盡量使用相同物件

教學初期為避免學生混淆，被乘數應盡量使用相同物件，例如「一匹馬 4 隻腳，3 匹馬幾隻腳」之題目，被乘數皆為相同物件之「馬有 4 隻腳」，若題目改為呈現「一隻牛、一隻狗、一隻貓」，並問題學生「3 隻動物有幾隻腳」，則學生即較難以理解或確定被乘數(單位量)之意義。待學生乘法概念較穩固時，再導入被乘數非相同物件但具有相同單位量之題型。

十二、要求學生擬題或操作物件以確定學生是否理解乘法題意

為確定學生是否理解乘法之題意，教師可於乘法指導後期，要求學生依教師所列之乘法算式，舉出符合列式之生活實例，或作出符合題意之物件操作，或繪出符合題意之圖示。例如教師列式 4×3 ，學生能夠舉出「一匹馬有 4 隻腳，3 匹馬有幾隻腳」之生活情境題，或操作「每盤放 4 個水餃，共放 3 盤」。

十三、指導學生乘法計算時單位量(被乘數)必需相同

乘法解題時，被乘數之數量必需相同才能作乘法之計算，因此，「一包糖果有 4 顆，3 包糖果有幾顆」，此種題目必需符合「每包糖果數量一樣多」之前提才能以乘法計算，否則即應依各自之單位量分別計算後，再作相加。例如「糖果幾包，其中裝 3 顆的 1 包，裝 2 顆的 2 包，裝 1 顆的 1 包，共幾顆」，解題時需分別算出各自單位量不一之糖果數，最後再相加，亦即 $(3 \times 1) + (2 \times 2) + (1 \times 1) = 8$ 。

十四、利用具體物操作讓學生理解被乘數或乘數為 0、1、10 之計算結果

學生常難以理解包含 0 之乘法算式，教師若能端出每盤都沒有水餃的盤子 3 盤，再指導學生每盤皆為 0，3 盤仍為 0，亦即 $0 \times 3 = 0$ 。指導時先教被乘數為 0、1、10 之算式情境，再教乘數為 0、1、10 之算式情境。

十五、交換率暫不教學，並需要求學生被乘數及乘數之數字順序正確

乘法具有交換率之性質，但教師之乘法教學通常皆使用具體物件作為教學操作素材，而具體物若使用交換率則乘法概念即易使學生混淆。例如「一匹馬有 4 隻腳，3 匹馬有幾隻腳」之題目，其列式若為 $3 \times 4 = 12$ ，則雖與 $4 \times 3 = 12$ 之計算結果相同，但二種列式之乘法意義卻不同。列式若為 $3 \times 4 = 12$ ，則需說成「每匹馬每次各取一隻腳，可取 3 隻，一共可取 4 次」。因此，乘法解題暫不教交換率，且應讓學生將被乘數、乘數位置作出正確列式。

如果學生已能熟知具體物件之乘法意義，且乘法概念穩固，教師才可利用物件矩陣之實例，指導學生交換率。例如「每排有 4 人，共有 3 排」亦可改為「每列有 3 人，共有 4 列」。

十六、採用適當題型以瞭解學生是否確實理解乘法題意

教師可採取以下措施，避免學生僅憑猜測將二個數字相乘即可得出正確答案：(1)將被乘數與乘數在題目中之順序對調，例如將「一匹馬 4 隻腳，3 匹馬幾隻腳」之題目改為「馬有 3 匹，每匹馬都有 4 隻腳，請問共有幾隻腳」；(2)加入解題無關數字，例如「一隻雞 2 隻腳，一匹馬 4 隻腳，3 匹馬幾隻腳」；(3)使用二步驟解題題型，例如「一顆巧克力 4 元，一顆果凍 5 元，買 3 顆巧克力和 2 顆果凍需多少元」；(4)如前述要求學生說出列式之意義，或要求寫出列式數字之單位名稱。

十七、補救教學內容應為適應日常生活所必備之數學實用知能

資源班教師之補救教學內容應優先以適應日常生活所需之基本數學技能為主，而非單純「數學科」之補救教學。畢竟所謂「數學障礙」指的是缺乏適應生活所必備之數學技能而言，而非泛指所有之數學學習困難者，因此，資源班教師之乘法補救教學，其內容即應盡量取材自各種日常生活情境，而非一些實際生活不易出現之數學問題，例如「雞兔共 30 隻，而兔腳比雞腳多 24 隻，求雞兔各幾隻」

(邢維禮, 1999), 此類較屬於「數學推理訓練」的題型應非補救教學內容。

此外, 負整數、小數及分數之乘法, 不但學生難以理解其概念, 且並非適應日常生活所必備之能力, 尤其是被乘數及乘數皆為分數或小數, 更少出現於日常生活中(例如一包糖果 8 顆, 小華拿到其中二分之一, 大明拿到小華糖果數的二分之一, 大明有幾顆糖果)。至於被乘數為正整數, 僅乘數為分數或小數(例如一塊糖果 12 元, 買三分之一塊要多少元), 則可列為分數或小數單元之指導, 但需使用具體物件操作及圖示, 讓學生充分理解分數或小數之意義。

十八、直式乘法計算教學及計算機輔助計算

學生能背九九乘法表後, 乘法直式計算技能仍是數學補救教學的重點之一。教師從事乘法直式計算時, 可注意幾個原則: (1)指導學生位值概念、對齊位值; (2)指導學生使用各種進位及相乘順序之輔助線索; (3)過程明確且一步驟一步驟之逐步引導; (4)針對學生錯誤之計算過程給予明確回饋; (5)讓學生有充分之練習機會。

當計算之數量較大時, 或當學生難以背熟九九乘法表時, 教師即可加

入計算機作為計算輔具, 協助學生順利完成數學解題。教師不應將乘法之教學重點過度局限於計算, 事實上, 給予查閱九九乘法表及使用計算機, 即使學生不會直式計算, 皆可進入乘法解題教學。

肆、結語

就乘法教學而言, 九九乘法表之背誦、乘法概念建立及解題教學可以同時進行, 背熟九九乘法表有助個位數乘法之心算, 及較大數字之直式筆算。如果學障學生九九乘法難以背熟或對較大數字計算有困難, 教師皆可在教學及評量過程中, 適時輔以計算機之應用。

解題則仍是數學補救教學之核心, 美國全國數學教師學會(National Council of Teachers of Mathematics)(1980)指出, 「解題」(problem-solving)應列為數學教學之最優先地位(highest priority)。因此, 教師仍應盡早將解題列為乘法教學之重點。本文所介紹之解題教學針對乘法題型, 至於一般之數學解題教學則亦可參考筆者另一數學解題教學之論述(胡永崇, 2003b)。

學障學生異質性高, 且不同教師亦有不同教學取向及教學經驗, 本文

所提出之教學原則可供教師參酌使用。

action: Recommendations for school mathematics in the 1980's. Reston, VA: Author.

參考資料

邢維禮(1999)：親子 XYZ。臺北市：聯經出版公司。

李源順(2002)：乘法直式算則的學習探究。臺北市立師範學院學報，33，539-562。

胡永崇(2003a)：學習障礙學生的數學補救教學。載於國立屏東師範學院特殊教育中心主編：特殊教育文集(五)(1-36頁)。屏東縣：國立屏東師範學院特殊教育中心。

胡永崇(2003b)：國小學童數學解題的性質及補救教學教材設計。國民教育研究，7，74-102。

馬秀蘭(2004)：數學乘除問題情境發展之研究--以 BBS 為管道。科學教育學刊，12(1)，53-81。

Mercer, C. D., & Pullen, P. C. (2009). *Students with learning disabilities. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.*

National Council of Teachers of Mathematics(1980). *An agenda for*